A. GARBASSO

La teoria di Maxwell dell'elettricità e della luce

Conferenze fatte all'Università di Torino

Estratto dalla *Rivista di Matematica* — Anno 1893.

A. Garbasso

La teoria di Maxwell dell'elettricità e della luce.

(Conferenze fatte all'Università di Torino).

Le idee più recenti sulla teoria dell'elettricità e del magnetismo, che tolgono origine dalle esperienze e dalle vedute teoriche di Faraday hanno già trovato parecchi espositori.

Senza parlare dei lavori originali di Maxwell (1) e di Helmholtz (2), fatti necessariamente senza preoccupazione didattica, nè dei trattati del Tumlirz (3) e del Poincaré (4), che il primo è plasmato sulla memoria d'Helmholtz « Ueber die Bewegungsgleichungen der Elektricität für ruhende leitende Körper », e il secondo cade in quello stesso peccato di molteplicità che è stato rimproverato tante volte alla grande opera del Maxwell: abbiamo tre esposizioni complete della teoria e sono quelle di Hertz (5), di Cohn (6) e di Boltzmann (7).

Vi è fra i lavori dei primi due e quello del terzo una differenza capitale.

Hertz e Cohn hanno assunto, per definizione, l'espressione dell'energia e le equazioni del campo elettro-magnetico, deducendone con definizioni e convenzioni opportune le altre leggi note; la legge di Coulomb, per esempio, la legge di Biot e Savart e così via.

---

(1) J. C. Maxwell, *A treatise on electricity and magnetism* (Oxford, Clarendon Press, 1873, 2 vol.).

(2) H. Helmholtz, *Ueber die Bewegungsgleichungen der Elektricität für ruhende leitende Körper* (Borchardt's Journal, LXXII, 57. Wiss. Abh. I, 545).

(3) O. Tumlirz, *Die elektromagnetische Theorie des Lichtes* (Leipzig, B. G. Teubner, 1883).

(4) H. Poincaré, *Electricité et optique* (Paris, G. Carré, 1890-91, 2 vol.).

(5) H. Hertz, *Ueber die Grundgleichungen der Elektrodynamik für ruhende Körper* (Wied. Ann. XL, p. 577). — H. Hertz, *Ueber d. G. d. E. f. bewegte Körper* (Wied. Ann. XLI, p. 369).

(6) E. Cohn, *Zur Systematik der Elektricitätslehre* (Wied. Ann. XL, p. 625).

(7) L. Boltzmann, *Vorlesungen über Maxwells Theorie der Elektricität und des Lichtes* [I u. II Theil.] (Leipzig, J. A. Barth, 1891-93).

Boltzmann invece si è tenuto più stretto al testo di Maxwell, movendo come ha fatto dalle equazioni di Lagrange e dalle proprietà dei policicli.

Ora mi sembra incontestabile che se le equazioni del campo, tanto più nella forma loro data da Hertz, sono di una grande semplicità e di una chiarezza grande per chi conosce già la teoria ed è abituato ad intendere il linguaggio particolare delle formole, esse non presentino gli stessi caratteri per un principiante: quindi pare che, quantunque la teoria nella forma datale da Cohn e particolarmente da Hertz costituisca un edifizio logico di grande bellezza, non sia punto conveniente di metterla così senz'altro nelle mani di chi cerca di formarsi per la prima volta un concetto delle idee del Maxwell.

Resta il procedimento seguìto dal Boltzmann, ma anche per questo è necessaria nel discente una coltura matematica più che mediocre e una certa facoltà d'astrazione.

È vero che, abbandonando le equazioni di Lagrange si viene a trascurare quello che è parso ad alcuno *il nocciolo proprio* ([1]) della teoria del Maxwell, ma è permesso di dubitare della verità di questa affermazione, anzi se si pensa che l'essenziale non può essere una questione di metodo ma di risultato, si è piuttosto inclinati ad accogliere quell'altra sentenza che « la teoria del Maxwell è il sistema delle equazioni di Maxwell » ([2]).

Un'altra ragione ancora mi ha consigliato ad abbandonare l'esposizione del Boltzmann: mi sembra che la teoria del Maxwell non presenti quel suo carattere di suggestività se non quando la si vede innestata sul tronco delle teorie classiche dell'elettricità; quando in una parola si presenta non come una innovazione, ma come un compimento. È solo allora che, secondo la bella immagine di Hertz, essa appare come « una arcata gigantesca gettata attraverso l'ignoto per riunire due verità conosciute » ([3]).

In conseguenza mi sono proposto di dedurre le equazioni di Hertz dalle leggi fondamentali dell'elettricità e del magnetismo, e di far vedere come esse prevedano una perturbazione dotata di tutte quelle proprietà geometriche e meccaniche che spettano a quel moto che costituisce la luce.

([1]) H. Ebert, *Versuch einer Erweiterung der Maxwell'schen Theorie* (Wied. Ann. XLVIII, p. 1).

([2]) H. Hertz, *Untersuchungen über die Ausbreitung der elektrischen Kraft*, I, 23 (Leipzig, J. A. Barth, 1892).

([3]) H. Hertz, *Ueber die Beziehungen zwischen Licht und Elektricität*, p. 14 (Bonn, E. Strauss, 1889).

In ciò che segue riassumo le quattro conferenze che ho tenuto su questo argomento all'Università di Torino, nella Scuola di Magistero diretta dal chiar.^{mo} prof. Naccari.

§ 1.

Le leggi sperimentali dell'elettricità e del magnetismo, a cui dovremo ricorrere, sono le seguenti:

1) La legge di Coulomb secondo la quale la forza che s'esercita sopra un piccolo corpo elettrizzato vicinissimo ad un conduttore è proporzionale alla densità della carica sul conduttore medesimo,

2) La legge di Coulomb, per il caso delle attrazioni e repulsioni elettro-statiche:

$$[1] \qquad f = \frac{ee'}{\varepsilon r^2},$$

3) La legge di Coulomb, per il caso delle attrazioni e repulsioni magnetiche:

$$[2] \qquad \varphi = \frac{mm'}{\mu r^2},$$

4) La legge di Biot e Savart:

$$[3] \qquad \mathrm{F} = \frac{2\mathrm{A}im}{r}.$$

In queste equazioni le quantità e ed i sono date in misura elettrostatica, le quantità m in misura elettro-magnetica.

ε e μ sono due numeri che dipendono dalla natura del mezzo (per noi dielettrico, isotropo ed omogeneo) in cui si studiano i fenomeni.

Per convenzione ε è uguale ad uno per quel mezzo in cui si suppone fatta la determinazione dell'unità elettro-statica di quantità di elettricità.

Parimenti μ è uguale ad uno per quel mezzo in cui si suppone fatta la determinazione dell'unità elettro-magnetica di quantità di magnetismo.

Per noi il mezzo in cui si verificano le condizioni

$$\varepsilon = \mu = 1$$

è il vuoto o, come si suol dire, l'etere libero.

Ad ε si dà il nome di *costante dielettrica*, a μ quello di *costante magnetica*.

La quantità A è « il rapporto fra l'unità elettro-statica e l'unità elettro-magnetica di quantità di elettricità ».

La teoria indica che le dimensioni di A sono $\mathrm{L}^{-1}\mathrm{T}$, vale a dire che A è il reciproco di una velocità.

Quanto ai valori particolari di ε e μ nei differenti mezzi e alla grandezza di A l'esperienza dimostra che:

a) Per i mezzi veramente dielettrici ε è uguale al quadrato dell'indice di rifrazione per un raggio luminoso di lunghezza d'onda infinita.

b) Per la maggior parte dei mezzi trasparenti μ è sensibilmente uguale all'unità.

c) A è molto prossimamente uguale al reciproco della velocità della luce nel vuoto. Per quest'ultima velocità Cornu e Foucault hanno trovato rispettivamente $300{,}4 \,.\, 10^8 \dfrac{\text{cm}}{\text{sec}}$ e $298{,}2 \,.\, 10^8 \dfrac{\text{cm}}{\text{sec}}$, cioè in media

$$299 , 3 \,.\, 10^8 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$$

Del rapporto 1 : A citerò solo la determinazione più recente, quella di Abraham [1], che ha dato

$$1 : A = 299 , 2 \,.\, 10^8 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$$

Se la luce si considera come un fenomeno di indole elastica i fatti indicati alle lettere *a*) e *c*) appaiono come concordanze casuali, inesplicabili: nella teoria elettro-magnetica della luce sono una conseguenza necessaria delle ipotesi fondamentali.

§ 2.

Forza elettrica (in misura elettro-statica) in un dato punto di un mezzo è la forza che si eserciterebbe in quel punto sopra un piccolo corpo recante l'unità elettrostatica di elettricità positiva.

Le sue dimensioni sono $M^{\frac{1}{2}} L^{-\frac{1}{2}} T^{-1}$.

L'esperienza mostra che l'esistenza di una forza elettrica in un punto dello spazio implica l'esistenza di una forza elettrica in ogni punto circostante.

Forza magnetica (in misura elettro-magnetica) in un dato punto di un mezzo è la forza che si eserciterebbe in quel punto sopra un piccolo corpo recante l'unità elettro-magnetica di magnetismo nord.

Le sue dimensioni sono $M^{\frac{1}{2}} L^{-\frac{1}{2}} T^{-1}$.

L'esperienza mostra che l'esistenza di una forza magnetica in un punto dello spazio implica l'esistenza di una forza magnetica in ogni punto circostante.

---

(1) H. ABRAHAM, *Sur une nouvelle détermination du rapport* v *entre les unités* C.G.S *électromagnétiques et électrostatiques*. [Ann. de ch. et de phys. (6), XXVII, 433, 1892].

L'esperienza dimostra altresì che, in generale l'esistenza in un dato punto di una forza elettrica importa l'esistenza nello stesso punto di una forza magnetica.

Campo elettro-magnetico è uno spazio in ogni punto del quale esistono forze elettriche e magnetiche.

La teoria del Maxwell si propone di trovare le equazioni che legano la forza elettrica alla magnetica per un punto qualunque di un campo elettro-magnetico.

Indicherò sempre la forza elettrica con E, le sue componenti con $X . Y . Z$; similmente indichèro con M la forza magnetica, con $L . M . N$ le sue componenti.

§ 3.

Si sa, ed è una nozione che risale al Mossotti, che è possibile rendere conto del modo di comportarsi dei coibenti sottoposti alle azioni elettriche quando si considerino come costituiti da piccole masse conduttrici separate da tramezzi sottilissimi perfettamente isolanti.

In un coibente sottoposto a perturbazioni elettriche le particelle conduttrici di cui risulta sono tutte cariche, in ciascuna cioè si trovano due quantità uguali di elettricità positiva e negativa risultanti dalla decomposizione parziale del fluido neutro; si esprime questo dicendo che il dielettrico è *polarizzato*.

Da questo punto di vista i coibenti e i conduttori differiscono solo in ciò che, in questi ultimi anche i tramezzi sono di sostanza conduttrice: quindi la polarizzazione non può sussistere nell'interno, ma si ha una carica soltanto alla superficie.

È evidente che il comportamento di un coibente rimane lo stesso qualunque sia la legge con cui si immaginano condotti i tramezzi isolanti nella massa conduttrice: siccome nel seguito riferiremo il mezzo in cui studiamo i fenomeni a tre assi ortogonali $x . y . z$ [1], supporremo sempre, per semplicità di calcolo, che il dielettrico risulti di tante cellette infinitamente piccole, parallelepipede, con gli spigoli secondo gli assi coordinati.

Consideriamo la celletta di coordinate $x . y . z$, al tempo t sopra una delle faccie normali all'asse x vi sarà una quantità di elettricità positiva

$$f\,dy\,dz\,,$$

---

[1] Gli assi sono diretti in modo tale che un osservatore coi piedi nell'origine e il capo sopra la parte positiva dell'asse z abbia alla destra la parte positiva dell'asse y, quando guarda verso la parte positiva dell'asse x.

sull'altra una quantità d'elettricità negativa

$$-f\,dy\,dz\,,$$

f è appunto ciò che si chiama la « *componente della polarizzazione dielettrica, secondo x e per il tempo t, nel punto $x\,.\,y\,.\,z$* ».

Similmente si definiscono due grandezze g ed h relative agli assi y e z.

Quanto alla relazione che fa dipendere la forza dalla polarizzazione in seno dielettrico segue da una osservazione fatta più su che deve essere quella stessa che lega la forza alla densità alla superficie del conduttore, vale a dire una relazione di proporzionalità.

Il coefficiente di proporzionalità poi basta determinarlo in un caso particolare, e noi scegliamo quello di una sfera conduttrice, isolata, lontana da ogni altro conduttore, immersa in un coibente la cui costante dielettrica è ε, avente raggio r e una carica totale e.

In tale caso la densità, δ è determinata dalla condizione

$$[1] \qquad 4\,\pi\,r^2\,\delta = e\,,$$

e la forza è data da

$$[2] \qquad E = \frac{e}{\varepsilon\,r^2}\,,$$

eliminando e fra [1] e [2] s'ottiene:

$$[3] \qquad \delta = \frac{\varepsilon}{4\pi}\,E.$$

Secondo quanto precede, tenendo conto della [3] bisognerà scrivere:

$$[4] \qquad \begin{cases} f = \dfrac{\varepsilon}{4\pi}\,X\,, \\[2mm] g = \dfrac{\varepsilon}{4\pi}\,Y\,, \\[2mm] h = \dfrac{\varepsilon}{4\pi}\,Z\,. \end{cases}$$

La somiglianza dei fenomeni del magnetismo con quelli dell'elettricità statica, somiglianza che ha la sua ragione nell'identità di forma della legge fondamentale, porta a definire, conformemente alle $f.g.h$ tre quantità $\alpha.\beta.\gamma$ come « *componenti della polarizzazione magnetica* ».

Di più si ammette che sia:

$$[5] \qquad \begin{cases} \alpha = \dfrac{\mu}{4\pi}\,L\,, \\[2mm] \beta = \dfrac{\mu}{4\pi}\,M\,, \\[2mm] \gamma = \dfrac{\mu}{4\pi}\,N\,. \end{cases}$$

Le equazioni [4] e [5] si possono riguardare come rappresentanti la prima ipotesi della teoria del Maxwell.

§ 4.

Le quantità $f \,.\, g \,.\, h$ si debbono considerare come funzioni del tempo; producendosi delle nuove decomposizioni di fluido neutro nell'elemento $x \,.\, y \,.\, z$ le elettricità libere che ne risultano continueranno ad accumularsi sulle faccie, così p. e. la quantità $f\, dy\, dz$ di elettricità positiva che stava nell'istante t su una delle faccie normali ad x, alla fine del tempo $t + dt$ sarà divenuta:

$$[f + \frac{\partial f}{\partial t} dt]\, dy\, dz\,;$$

$\frac{\partial f}{\partial t}$ è dunque « la quantità di elettricità positiva che passa nell'unità di tempo attraverso a una sezione di area uno, normale nel punto $x.y.z$ all'asse delle x ».

Significati analoghi hanno $\frac{\partial g}{\partial t}$ e $\frac{\partial h}{\partial t}$.

Porremo:

$$[1] \qquad \left\{ \begin{aligned} u &= \frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\varepsilon}{4\pi} \frac{\partial X}{\partial t}, \\ v &= \frac{\partial g}{\partial t} = \frac{\varepsilon}{4\pi} \frac{\partial Y}{\partial t}, \\ w &= \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\varepsilon}{4\pi} \frac{\partial Z}{\partial t}, \end{aligned} \right.$$

e diremo che $u.v.w$ sono « *le componenti della corrente di polarizzazione dielettrica al tempo t nel punto x . y . z* ».

Le correnti la cui azione magnetica si rappresenta con la legge di Biot e Savart si intende che siano lineari cioè tali che le dimensioni trasversali dei conduttori che le trasmettono siano piccolissime rispetto alle altre lunghezze che si hanno a considerare nel fenomeno.

Quando non fosse così si potrebbe sempre intendere la sezione del conduttore divisa in elementi, quindi la corrente in altrettante correnti elementari: ad ognuna di queste la legge di Biot e Savart sarebbe applicabile.

Intesa la legge fondamentale dell'elettro-magnetismo in questo modo la seconda ipotesi della teoria di Maxwell si può enunciare così « ammettiamo che le correnti di polarizzazione dielettrica diano origine a forze magnetiche, rette dalla legge di Biot e Savart ».

In un piano sia tracciato un contorno chiuso e su esso si immagini che possa muoversi l'unità elettromagnetica di magnetismo nord; di più una corrente di intensità i traversi normalmente il piano stesso: produrrà in ogni punto del contorno una forza magnetica.

Si faccia descrivere all'unità di magnetismo l'intero contorno, segue immediatamente dalla legge di Biot e Savart che:

« il lavoro compiuto in tale movimento dalla forza magnetica è nullo se la corrente taglia il piano fuori dell'area racchiusa dal contorno; è uguale a $4\pi A i$ nel caso contrario purchè il moto segna nel senso stesso in cui la forza magnetica tenderebbe a spostare l'unità di magnetismo ».

Di più è evidente che:

« è sempre nullo il lavoro della forza magnetica dovuta a una corrente quando l'unità di magnetismo si muove in un modo qualunque in un piano che contiene la corrente ».

Ciò posto per il punto P $(x.y.z)$ del mezzo dielettrico si conducano tre assi $\xi\, \eta\, \zeta$ paralleli a quelli delle coordinate, nel piano $\xi\, \eta$ si descriva un rettangolo elementare ABCD con l'intersezione delle diagonali in P, i lati secondo ξ ed η, di lunghezze dx e dy. Le lettere A . B . C . D sono distribuite in modo che si incontrano nell'ordine alfabetico seguendo il contorno secondo il senso in cui trasporterebbe su esso un polo magnetico nord una corrente diretta secondo le ζ positive; la direzione del lato AB è quella delle ξ positive. In ogni punto del contorno ABCD esiste una forza magnetica dovuta alle correnti di polarizzazione e di conduzione [1] che sono nel campo: ora queste correnti sono di quattro specie:

α) le correnti parallele al piano $\xi\, \eta$ ma fuori di esso;

β) le correnti che sono nel piano $\xi\, \eta$;

γ) le correnti normali al piano $\xi\, \eta$, che lo tagliano fuori del contorno ABCD;

δ) la corrente (di polarizzazione) normale al piano $\xi\, \eta$ che passa entro ABCD.

Ne segue che la forza magnetica totale si può considerare come la risultante di quattro, il lavoro della risultante sarà la somma dei lavori delle componenti.

Ora il lavoro delle forze dovute alle correnti α e γ è nullo per il primo dei teoremi ricordati dianzi; parimenti è nullo il lavoro della forza dovuta alle correnti β per il terzo teorema; dunque: « facendo descrivere all'unità di magnetismo l'intero contorno ABCD il lavoro

---

[1] Escludiamo ora ed in seguito la presenza nel campo di calamite permanenti.

della forza magnetica totale risulta in definitiva uguale a quello che compirebbe da sola la forza dovuta alla corrente di polarizzazione che traversa l'elemento ABCD ».

Questa corrente ha l'intensità $w\,dx\,dy$, dunque (se si muove l'unità di magnetismo nel senso A.B.C.D) il lavoro della forza magnetica nell'intera rivoluzione è

$$4\,\pi\,A\,w\,dx\,dy.$$

Del medesimo lavoro possiamo dare un'espressione in funzione delle componenti della forza magnetica totale.

Lungo il tratto BC lavora la sola componente che è secondo y, di grandezza

$$M + \frac{\partial M}{\partial x}\frac{dx}{2},$$

il lavoro è dunque:

$$-\left(M + \frac{\partial M}{\partial x}\frac{dx}{2}\right) dy.$$

Similmente il lavoro lungo CD è:

$$-\left(L - \frac{\partial L}{\partial y}\frac{dy}{2}\right) dx,$$

lungo DA:

$$\left(M - \frac{\partial M}{\partial x}\frac{dx}{2}\right) dy,$$

lungo AB:

$$\left(L + \frac{\partial L}{\partial y}\frac{dy}{2}\right) dx,$$

e però il lavoro totale è:

$$\left(\frac{\partial L}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial x}\right) dx\,dy.$$

Uguagliando questo valore del lavoro a quello trovato prima si ottiene:

$$4\,\pi\,A\,w = \frac{\partial L}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial x}.$$

Ma per le equazioni [1] § 4.

$$w = \frac{\varepsilon}{4\pi}\frac{\partial Z}{\partial t},$$

dunque:

$$A\,\varepsilon\frac{\partial Z}{\partial t} = \frac{\partial L}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial x}.$$

Ripetendo le stesse considerazioni per elementi posti nei piani $\eta\,\zeta$ e

$\zeta\ \xi$ si otterrebbero due equazioni analoghe: le diamo qui sotto, riscrivendo quella testè ottenuta:

$$
[2] \quad \left\{
\begin{aligned}
A\,\varepsilon \frac{\partial X}{\partial t} &= \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial y}, \\
A\,\varepsilon \frac{\partial Y}{\partial t} &= \frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial 2}, \\
A\,\varepsilon \frac{\partial Z}{\partial t} &= \frac{\partial L}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial x}.
\end{aligned}
\right.
$$

§ 5.

Perchè in uno spazio preventivamente in quiete si producano delle polarizzazioni dielettriche e magnetiche è necessario che le forze elettriche e magnetiche, qualunque sia la loro origine, compiano un certo lavoro, all'elemento di questo lavoro corrisponderà un incremento [1] infinitamente piccolo dell'energia potenziale del campo.

Consideriamo dapprima il caso delle forze elettriche; su una delle faccie dell'elemento $x\,.\,y\,.\,z$ normali all'asse x starà una quantità d'elettricità positiva $f\,dy\,dz$: una deformazione elementare del sistema corrisponde ad un incremento $d\,(f\,dy\,dz)$ di tale quantità.

Quindi il lavoro per ciò che riguarda X è misurato da

$$X\,d\,(f\,dy\,dz) = X\,dx\,dy\,dz\,d\,f = X\,d\,f\,dv.$$

Un calcolo analogo ripetuto per Y e Z ci porterebbe a conchiudere che le forze per quanto riguarda dv compiono un lavoro

$$(X\,d\,f + Y\,d\,g + Z\,d\,h)\,dv;$$

il lavoro compiuto nell'intero campo è dunque:

$$\iiint (X\,d\,f + Y\,d\,g + Z\,d\,h)\,dv.$$

Ora, per le equazioni della polarizzazione dielettrica:

$$d\,f = \frac{\varepsilon}{4\pi}\,d\,X$$

$$d\,g = \frac{\varepsilon}{4\pi}\,d\,Y$$

$$d\,h = \frac{\varepsilon}{4\pi}\,d\,Z$$

dunque il lavoro diventa

---

(1) Un vero incremento (positivo) trattandosi di forze esterne

$$\frac{\varepsilon}{8\pi} d \iiint (X^2 + Y^2 + Z^2)\, dv\, ;$$

e se si indica con W_e l'*energia elettrica* che il campo possiede si dovrà scrivere:

$$d\, W_e = \frac{\varepsilon}{8\pi} d \iiint (X^2 + Y^2\, Z^2)\, dv\, ;$$

o, integrando e osservando che W_e è nulla da principio:

$$W_e = \frac{\varepsilon}{8\pi} \iiint (X^2 + Y^2 + Z^2)\, dv\, .$$

In modo affatto identico si troverebbe che l'*energia magnetica*, W_m, che il sistema possiede è data da:

$$W_m = \frac{\mu}{8\pi} \iiint (L^2 + M^2 + N^2)\, dv\, .$$

Un campo elettromagnetico contiene dunque una quantità d'*energia elettromagnetica:*

$$[1] \qquad W_{em} = W_e + W_m = \frac{\varepsilon}{8\pi} \iiint \boldsymbol{E}^2 dv + \frac{\mu}{8\pi} \iiint \boldsymbol{M}^2 dv\, .$$

La terza ipotesi della teoria del Maxwell consiste nell'ammettere che « l'energia elettromagnetica di un campo racchiuso da una superficie sulla quale le forze elettriche e magnetiche sono costantemente nulle è costante », cioè che in tale ipotesi

$$\frac{\partial}{\partial t} W_{em} = 0\, .$$

In causa della [1] si dovrà scrivere:

$$\frac{1}{4\pi} \iiint \left[\varepsilon \left(X \frac{\partial X}{\partial t} + Y \frac{\partial Y}{\partial t} + Z \frac{\partial Z}{\partial t} \right) + \mu \left(L \frac{\partial L}{\partial t} + M \frac{\partial M}{\partial t} + N \frac{\partial N}{\partial t} \right) \right] dv = 0.$$

Per mezzo delle [2] § 4 si possono eliminare $\frac{\partial X}{\partial t} \cdot \frac{\partial Y}{\partial t} \cdot \frac{\partial Z}{\partial t}$, e si ottiene:

$$\frac{1}{4\pi} \iiint \left\{ \frac{1}{A} \left[X \left(\frac{\partial M}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial y} \right) + Y \left(\frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial z} \right) \right. \right.$$
$$\left. \left. + Z \left(\frac{\partial L}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial x} \right) \right] + \mu \left(L \frac{\partial L}{\partial t} + M \frac{\partial M}{\partial t} + N \frac{\partial N}{\partial t} \right) \right\} dv = 0\, .$$

Nella ipotesi enunciata innanzi questa equazione è equivalente all'altra:

$$\frac{1}{4\pi}\iiint\Big[\frac{1}{A}\Big(N\frac{\partial X}{\partial y}-M\frac{\partial X}{\partial z}+L\frac{\partial Y}{\partial z}-N\frac{\partial Y}{\partial x}$$
$$+M\frac{\partial Z}{\partial x}-L\frac{\partial Z}{\partial y}\Big)+\mu\Big(L\frac{\partial L}{\partial t}+M\frac{\partial M}{\partial t}+N\frac{\partial N}{\partial t}\Big)\Big]\,dv=0$$

ossia:

$$\frac{1}{4\pi A}\iiint\Big[L\Big(A\mu\frac{\partial L}{\partial t}-\frac{\partial Z}{\partial y}+\frac{\partial Y}{\partial z}\Big)+M\Big(A\mu\frac{\partial M}{\partial t}-\frac{\partial X}{\partial z}+\frac{\partial Z}{\partial x}\Big)$$
$$+N\Big(A\mu\frac{\partial N}{\partial t}-\frac{\partial Y}{dx}+\frac{\partial X}{dy}\Big)\Big]\,dv=0\,.$$

L'equazione si verifica se si ammette che sia:

$$[2]\qquad\left\{\begin{aligned}A\mu\frac{\partial L}{\partial t}&=\frac{\partial Z}{\partial y}-\frac{\partial Y}{\partial z},\\ A\mu\frac{\partial M}{\partial t}&=\frac{\partial X}{\partial z}-\frac{\partial Z}{\partial x},\\ A\mu\frac{\partial N}{\partial t}&=\frac{\partial Y}{\partial x}-\frac{\partial X}{\partial y};\end{aligned}\right.$$

e noi supporremo che sia così.

Le equazioni [2] § 4 e le [2] § 5 sono dovute ad Hertz (1).

§ 6.

Esiste per l'energia di un campo elettromagnetico un'equazione analoga a quelle che vanno sotto il nome di principio di Hamilton e principio della minima azione nella dinamica ordinaria: si può dimostrare cioè la relazione

$$\delta\int_{t_0}^{t_1} W_{em}\,dt=0\,,$$

quando si suppongano nulle le variazioni ai limiti.

Per vedere questo si scriva:

$$[1]\qquad\begin{aligned}x_1&=A\varepsilon\frac{\partial X}{\partial t}-\frac{\partial M}{\partial z}+\frac{\partial N}{\partial y} & l_1&=A\mu\frac{\partial L}{\partial t}-\frac{\partial Z}{\partial y}+\frac{\partial Y}{\partial z}\\ x_2&=A\varepsilon\frac{\partial Y}{\partial t}-\frac{\partial N}{\partial x}+\frac{\partial L}{\partial z} & l_2&=A\mu\frac{\partial M}{\partial t}-\frac{\partial X}{\partial y}+\frac{\partial Z}{\partial x}\\ x_3&=A\varepsilon\frac{\partial Z}{\partial t}-\frac{\partial L}{\partial y}+\frac{\partial M}{\partial x} & l_3&=A\mu\frac{\partial N}{\partial t}-\frac{\partial Y}{\partial x}+\frac{\partial X}{\partial x}\end{aligned}$$

---

(1) H. Hertz. Ueber die Beziehungen zwischen den Maxwellschen electrodynamischen Grundgleichungen und den Grundgleichungen der gegnerischen Elektrodynamik. (Wied. Ann. XXIII, p. 84).

sarà, per le equazioni di Hertz:

$$x_1 = x_2 = x_3 = l_1 = l_2 = l_3 = 0;$$

di più si introducano sei funzioni $X . Y . Z . L . M . N$ delle coordinate e del tempo, che ci riserviamo di determinare.

Facciamo le variazioni di queste funzioni: moltiplichiamo la prima delle [1] per δX, la seconda per δY..... la sesta per δN; sommiamo membro a membro, moltiplichiamo per dt e integriamo fra t_0 e t_1, otterremo:

$$\int_{t_0}^{t_1} dt \iiint dv \Big[A\varepsilon \frac{\partial X}{\partial t}\delta X + A\varepsilon \frac{\partial Y}{\partial t}\delta Y + \ldots + A\mu \frac{\partial N}{\partial t}\delta N$$
$$-\frac{\partial M}{\partial z}\delta X - \frac{\partial N}{\partial x}\delta Y - \ldots\ldots - \frac{\partial Y}{\partial x}\delta N$$
$$+\frac{\partial N}{\partial y}\delta X + \frac{\partial L}{dz}\delta Y + \ldots\ldots + \frac{\partial X}{\partial y}\delta N \Big] = 0 .$$

Ora è evidente che si può scrivere:

$$A\varepsilon \frac{\partial X}{\partial t}\delta X = A\varepsilon \frac{\partial}{\partial t}(X\delta X) - A\varepsilon X \frac{\partial}{\partial t}(\delta X)$$

e che 5 eguaglianze analoghe si potrebbero formare considerando i termini in $\frac{\partial Y}{\partial t} \ldots \frac{\partial N}{\partial t}$, si ha dunque:

$$\Big[\iiint dv (A\varepsilon X\delta X + A\varepsilon Y\delta Y + \ldots + A\mu N\delta N)\Big]_{t_0}^{t_1}$$
$$-\int_{t_0}^{t_1} dt \iiint dv \Big[A\varepsilon X\delta . \frac{\partial X}{\partial t} + A\varepsilon Y\delta . \frac{\partial Y}{\partial t} + \ldots + A\mu N\delta . \frac{\partial Z}{\partial t}$$
$$+\frac{\partial M}{\partial z}\delta X + \frac{\partial N}{\partial x}\delta Y + \ldots\ldots + \frac{\partial Y}{\partial x}\delta N$$
$$-\frac{\partial N}{\partial y}\delta X - \frac{\partial L}{\partial z}\delta Y - \ldots\ldots - \frac{\partial X}{\partial y}\delta N \Big] = 0 .$$

Ora si osservi, in modo simile a quanto si è fatto più su, che:

$$\frac{\partial M}{\partial z}\delta X = -M\delta . \frac{\partial X}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z}(M\delta X)$$

11 equazioni analoghe si potrebbero scrivere, sicchè, sostituendo, si ottiene:

$$\Big[\iiint dv (A\varepsilon X\delta X + A\varepsilon Y\delta Y + \ldots + A\mu N\delta N)\Big]_{t_0}^{t_1}$$
$$-\int_{t_0}^{t_1} dt \iiint dv \Big[A\varepsilon X\delta . \frac{\partial X}{\partial t} + A\varepsilon Y\delta . \frac{\partial Y}{\partial t} + \ldots + A\mu N\delta . \frac{\partial Z}{\partial t}$$

$$
\begin{aligned}
&-\mathrm{M}\,\delta\,.\,\frac{\partial X}{\partial z}-\mathrm{N}\,\delta\,.\,\frac{\partial Y}{\partial x}-\ldots-\mathrm{Y}\,\delta\,.\,\frac{\partial N}{\partial x}\\
&+\frac{\partial}{\partial z}(\mathrm{M}\,\delta X)+\frac{\partial}{\partial x}(\mathrm{N}\,\delta Y)+\ldots+\frac{\partial}{\partial x}(\mathrm{Y}\,\delta N)\\
&+\mathrm{N}\,\delta\,.\,\frac{\partial X}{\partial y}+\mathrm{L}\,\delta\,.\,\frac{\partial Y}{\partial z}+\ldots+\mathrm{X}\,\delta\,.\,\frac{\partial N}{\partial y}\\
&-\frac{\partial}{\partial y}(\mathrm{N}\,\delta X)-\frac{\partial}{\partial z}(\mathrm{L}\,\delta Y)-\ldots-\frac{\partial}{\partial y}(\mathrm{X}\,\delta N)\Big]=0\,.
\end{aligned}
$$

Se si ammette che X . Y ... N siano nulle sulla superficie che racchiude il campo si possono cancellare i 12 termini dell'integrale che sono derivate parziali rispetto alle coordinate.

Ordinando ciò che resta rispetto ad X . Y ... N si trova:

$$
(*)\qquad
\begin{aligned}
&\Big[\iiint dv\,(\mathrm{A}\,\varepsilon\,\mathrm{X}\,\delta X+\mathrm{A}\,\varepsilon\,\mathrm{Y}\,\delta Y+\ldots+\mathrm{A}\,\mu\,\mathrm{Z}\,\delta Z)\Big]_{t_0}^{t_1}\\
&-\int_{t_0}^{t_1}dt\iiint dv\Big[\mathrm{X}\,\delta\,.\Big(\mathrm{A}\,\varepsilon\frac{\partial X}{\partial t}-\frac{\partial M}{\partial z}+\frac{\partial N}{\partial y}\Big)\\
&\qquad+\mathrm{Y}\,\delta\,.\Big(\mathrm{A}\,\varepsilon\frac{\partial Y}{\partial t}-\frac{\partial N}{\partial x}+\frac{\partial L}{\partial z}\Big)\\
&\qquad+\ldots\ldots\\
&\qquad+\mathrm{N}\,\delta\,.\Big(\mathrm{A}\,\mu\frac{\partial L}{\partial t}-\frac{\partial Y}{\partial x}+\frac{\partial X}{\partial y}\Big)\Big]=0\,.
\end{aligned}
$$

Le X . Y ... N sono ancora in nostro arbitrio, le assoggetteremo alle equazioni seguenti

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{A}\,\varepsilon\frac{\partial X}{\partial t}-\frac{\partial M}{\partial z}+\frac{\partial N}{\partial y}=-\frac{\varepsilon}{4\pi}\mathrm{X}\\
&\mathrm{A}\,\varepsilon\frac{\partial Y}{\partial t}-\frac{\partial N}{\partial x}+\frac{\partial L}{\partial z}=-\frac{\varepsilon}{4\pi}\mathrm{Y}\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\mathrm{A}\,\mu\frac{\partial N}{\partial t}-\frac{\partial Y}{\partial x}+\frac{\partial X}{\partial y}=-\frac{\mu}{4\pi}\mathrm{Z}\,.
\end{aligned}
$$

Ciò posto l'equazione (*) diventa:

$$
\begin{aligned}
&\Big[\iiint dv\,(\mathrm{A}\,\varepsilon\,\mathrm{X}\,\delta X+\mathrm{A}\,\varepsilon\,\mathrm{Y}\,\delta Y+\ldots+\mathrm{A}\,\mu\,\mathrm{Z}\,\delta Z)\Big]_{t_0}^{t_1}\\
&+\delta\int_{t_0}^{t_1}dt\iiint dv\Big[\frac{\varepsilon}{8\pi}(\mathrm{X}^2+\mathrm{Y}^2+\mathrm{Z}^2)+\frac{\mu}{8\pi}(\mathrm{L}^2+\mathrm{M}^2+\mathrm{N}^2)\Big]=0\,;
\end{aligned}
$$

se le variazioni ai limiti sono nulle la parte integrata rispetto al tempo si annulla da sè, quindi bisogna che sia

$$\delta\int_{t_0}^{t_1} dt \int\int\int dv \left[\frac{\varepsilon}{8\pi}(X^2+Y^2+Z^2)+\frac{\mu}{8\pi}(L^2+M^2+N^2)\right]=0$$

vale a dire

$$\delta\int_{t_1}^{t_0} W_{em}\, dt = 0\,,$$

cio che si voleva dimostrare.

Questo teorema si deve al prof. Vito Volterra (¹).

§ 7.

Dalle equazioni d'Hertz:

$$A\,\varepsilon\frac{\partial X}{\partial t}=\frac{\partial M}{\partial z}-\frac{\partial N}{\partial y} \qquad A\,\mu\frac{\partial L}{\partial t}=\frac{\partial Z}{\partial y}-\frac{\partial Y}{\partial z}$$

. . . .

si deducono subito due conseguenze importanti:

a) in primo luogo poichè le X . Y . Z . L . M . N hanno tutte le stesse dimensioni, l'omogeneità dei due membri esige che A sia il reciproco di una velocità, dunque « il rapporto frà l'unità elettromagnetica e l'unità elettrostatica di quantità d'elettricità è una velocità », come s'era annunziato;

b) di più le equazioni essendo lineari ed omogenee le perturbazioni che esse prevedono sono « capaci di interferire », appunto come succede delle perturbazioni che costituiscono la luce.

I due sistemi si corrispondono esattamente in tutto salvochè nei segni dei secondi membri; è facile vedere che questa differenza nei segni risponde a qualche cosa di reale.

Si immagini un sostegno circolare ed uno rettilineo, normale al piano del primo nel centro; sul sostegno rettilineo si possa muovere un corpo *e* carico d'elettricità positiva, sul circolare un polo magnetico nord, *m*. Se *e* si trasporta sul suo sostegno in un certo senso, *m* si muoverà a sua volta in un verso che è dato della legge d'Ampère.

Si supponga adesso che il corpo elettrizzato positivo *e*, sia sul cerchio, il polo magnetico nord, *m*, sulla retta; si sposti *m* nel senso in cui prima si era mosso *e*, la legge di Ampère combinata con quella di Lenz ci dice che *e* percorrerà il cerchio nel verso opposto a quello in cui andava *m* nella prima esperienza.

(¹) VITO VOLTERRA. Sopra le equazioni fondamentali della elettrodinamica. [Nuovo Cimento. (3). XXIX. 147].

Le correnti di polarizzazione dielettrica sono definite dalle relazioni

$$u = \frac{\partial f}{\partial t} \qquad v = \frac{\partial g}{\partial t} \qquad w = \frac{\partial h}{\partial t},$$

similmente si possono definire, come *correnti di polarizzazione magnetica* tre quantità $\varphi . \chi . \psi$ per mezzo delle uguaglianze:

$$\varphi = \frac{\partial}{\partial t} \qquad \chi = \frac{\partial \beta}{\partial t} \qquad \psi = \frac{\partial \gamma}{\partial t}.$$

Date queste notazioni le equazioni d'Hertz si possono scrivere:

$$4\pi A u = \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial y} \qquad 4\pi A \varphi = \frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z}$$

$$4\pi A v = \frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial z} \qquad 4\pi A \chi = \frac{\partial X}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial x}$$

$$4\pi A w = \frac{\partial L}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial x} \qquad 4\pi A \psi = \frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial y},$$

allora, ricordando un teorema ben noto di Stokes, si enunciano a parole nel modo seguente:

« Se in un campo elettromagnetico si conduce una superficie S finita e continua, interamente limitata da una curva *s*, in ogni istante:

a) l'integrale della corrente di spostamento dielettrico preso su S e moltiplicato per $4\pi A$ è uguale all'integrale della forza magnetica lungo *s*;

b) l'integrale della corrente di spostamento magnetico preso su S e moltiplicato per $4\pi A$ è uguale all'integrale della forza elettrica lungo *s* ».

§ 8.

Dalle equazioni d'Hertz si deducono immediatamente le due

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z}\right) = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial L}{\partial x} + \frac{\partial M}{\partial y} + \frac{\partial N}{\partial z}\right) = 0,$$

se ad un dato istante X . Y ... N sono nulle in ogni punto del campo si avrà sempre:

$$\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z} = 0,$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} + \frac{\partial M}{\partial y} + \frac{\partial N}{\partial z} = 0;$$

tali equazioni sono dette di *trasversalità*, vedremo il perchè di questa denominazione.

§ 9.

Le perturbazioni che costituiscono la luce sono certamente di carattere periodico, è quindi interessante di studiare le proprietà delle perturbazioni periodiche che soddisfano alle equazioni della teoria del Maxwell.

Si ponga:

$$\sigma = \pi_1 x + \pi_2 y + \pi_3 z .$$

$$\omega = \sigma - \frac{t}{A\sqrt{\varepsilon\mu}},$$

e si faccia inoltre:

$$[*] \quad \begin{aligned} X &= e_1 \sqrt{\mu} \sin\omega , & L &= m_1 \sqrt{\varepsilon} \sin\omega , \\ Y &= e_2 \sqrt{\mu} \sin\omega , & M &= m_2 \sqrt{\varepsilon} \sin\omega , \\ Z &= e_3 \sqrt{\mu} \sin\omega , & N &= m_3 \sqrt{\varepsilon} \sin\omega , \end{aligned}$$

Le quantità $\pi_1 . \pi_2 . \pi_3$ sono i tre coseni di direzione di una medesima retta *(direzione di propagazione)*, $e_1 . e_2 . e_3$ sono i coseni della forza elettrica, $m_1 . m_2 . m_3$ i coseni della forza magnetica; noi consideriamo i nove coseni $\pi_1 . \pi_2 . \pi_3 . e_1 . e_2 . e_3 . m_1 . m_2 . m_3$ come costanti.

Si sostituiscano i valori (*) nelle equazioni di trasversalità e in quelle d'Hertz: le prime danno

$$(**) \quad \begin{aligned} e_1 \pi_1 + e_2 \pi_2 + e_3 \pi_3 &= 0 \\ m_1 \pi_1 + m_2 \pi_2 + m_3 \pi_3 &= 0 , \end{aligned}$$

cioè « la forza elettrica e la forza magnetica sono normali alla direzione di propagazione ».

Quanto alle equazioni d'Hertz esse pongono fra le $\pi_1 . \pi_2 . \pi_3 . e_1 . e_2 . e_3 . m_1 . m_2 . m_3$ sei relazioni che, date le (**), sono soddisfatte identicamente quando sia ancora

$$e_1 m_1 + e_2 m_2 + e_3 m_3 = 0$$

dunque « la forza elettrica è perpendicolare alla forza magnetica ».

Per un dato valore del tempo hanno una medesima condizione elettromagnetica i punti per cui

$$\sigma = \text{costante},$$

si ha dunque « un sistema d'onde piane normali alla direzione di propagazione ».

Dipendentemente dal tempo si trovano in uguali condizioni i punti per cui

$$\omega = \sigma - \frac{t}{A\sqrt{\varepsilon\mu}} = \text{costante},$$

derivando rispetto a t s'ottiene:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{A\sqrt{\varepsilon\mu}},$$

cioè « le cose succedono come se le onde piane elettromagnetiche si propagassero secondo la direzione di propagazione, con velocità uniforme $\frac{1}{A\sqrt{\varepsilon\mu}}$ ».

La velocità V_0 delle onde elettromagnetiche nel vuoto s'ottiene ponendo $\varepsilon = \mu = 1$, dunque

$$V_0 = \frac{1}{A}$$

è però « la velocità delle onde elettromagnetiche nel vuoto è quella stessa della luce ».

Per un altro mezzo si ha sensibilmente

$$V = \frac{1}{A\sqrt{\varepsilon}},$$

si può definire come indice di rifrazione, N, dei raggi elettromagnetici per un dato mezzo il rapporto

$$\frac{V_0}{V} = \frac{\frac{1}{A}}{\frac{1}{A\sqrt{\varepsilon}}} = \sqrt{\varepsilon},$$

allora

$$N^2 = \varepsilon$$

cioè « la velocità nelle onde elettromagnetiche è in ogni mezzo quella stessa della luce ».

Si potrebbe continuare questo studio e il risultato sarebbe che « la perturbazione elettromagnetica definita dalle uguaglianze (*) ha tutte le proprietà di un raggio di luce polarizzata rettilinea ».

§ 10.

Dal riconoscere questo fatto all'ammettere che *la luce è un fenomeno elettromagnetico* non v'è che un passo, ma per avere il diritto di farlo bisogna prima dare delle ipotesi e delle conseguenze principali della teoria una verifica sperimentale: è ciò che è stato fatto in questi ultimi tempi, per opera specialmente di Enrico Hertz.

La più importante ipotesi della teoria è quella che consiste nell'ammettere l'esistenza delle correnti di polarizzazione dielettrica e nel supporre la loro azione elettrodinamica uguale a quella delle correnti che si producono per conduzione nei conduttori: Hertz ha provato che l'una e l'altra cosa è vera.

La teoria conduce a conchiudere che « masse d'elettricità in moto esercitano forze magnetiche « e Rowland ha mostrato che un disco elettrizzato in rapido movimento ha un'azione sull'ago magnetico.

William Thomson aveva indicato fino dal 1853 la possibilità di ottenere in conduttori di forma conveniente delle correnti sinussoidali: ma una corrente sinussoidale deve dare origine in ogni punto dello spazio ad una forza magnetica e quindi ad una forza elettrica pure sinussoidale: reciprocamente l'esistenza in un punto dello spazio d'una forza elettrica periodica produrrà in ogni circuito in presenza una corrente periodica.

L'azione del primo circuito sul secondo, giusta le idee di Maxwell, non sarà istantanea, ma si propagherà « come un raggio di luce ».

Hertz ha provato che è veramente così; egli ha ottenuto dei *raggi di forza elettrica* polarizzati in un piano, capaci di riflettersi e rifrangersi appunto come i raggi delle vibrazioni luminose, egli ha trovato che la riflessione segue secondo la legge d'Euclide, la rifrazione secondo la legge di Des Cartes; ha misurato l'indice di rifrazione con un prisma d'asfalto: era prossimamente quello che la teoria richiedeva.

Hertz poteva conchiudere a buon diritto che egli aveva sperimentato sopra un raggio di luce di grande lunghezza d'onda (66 cm.).

Blondlot ripetendo le esperienze d'Hertz ha dimostrato che la velocità delle onde elettromagnetiche nell'aria « è quella della luce », come vuole la teoria (1).

---

(1) Blondlot ha misurato veramente la velocità di propagazione delle onde elettromagnetiche trasmesse da un filo conduttore, ma fu dimostrato da Sarasin e de la Rive che quella velocità è la stessa che la velocità delle onde nell'aria.

Così il ponte che riunisce il dominio dell'elettricità a quello dell'ottica è valicato, il cammino ridiventa facile.

Le vedute di Maxwell vengono a gettare una luce inaspettata sul problema della costituzione della materia.

Un circuito suscettibile di corrente oscillante possiede un periodo di vibrazione che dipende dalla sua forma e dalla sua grandezza: dà quindi luogo ad onde di lunghezza determinata.

Sappiamo che i gas incandescenti danno uno spettro di poche linee brillanti, dunque è ragionevole ammettere che le loro molecole agiscono « come circuiti elettrici adatti alle onde luminose ».

Calcolando in base a questa ipotesi le dimensioni delle molecole si trovano dei numeri dell'ordine di quelli trovati per vie affatto differenti.

L'esperienza prova che uno strato di circuiti o, come si dice, di *risonatori*, riflette le onde elettromagnetiche: questo fatto dà ragione del meccanismo della riflessione della luce e costituisce ad un tempo una verifica diretta del principio di Huyghens.

L'esperienza dimostra che uno strato di risonatori assorbe le onde che è capace d'emettere e ciò costituisce una prova della legge di Kirchhoff e mostra come si formino gli spettri d'assorbimento.

L'esperienza attesta che se due risonatori sono tenuti vicini la corrente oscillante è smorzata in entrambi: ma correnti smorzate, secondo le ricerche di Sarasin e de la Rive danno origine a radiazione multipla: questo spiega perchè gli spettri dei liquidi e dei solidi siano continui.

Da questo punto di vista anche l'occhio è un apparato elettrico, i tre sistemi di fibre d'Helmholtz sono tre sistemi di risonatori.

Nelle sue prime esperienze il BLONDLOT calcolava il periodo di vibrazione dei risonatori con una formola di THOMSON, vi era dunque ancora nella sua ricerca un presupposto teorico.

In una nuova serie di esperienze non ancora pubblicate ma delle quali il prof. BLONDLOT mi ha cortesemente informato, egli ha rifatto la misura con un metodo indipendente da ogni teoria; il risultato ottenuto è soddisfacente, la media dei numeri trovati per la velocità delle onde lungo un filo di rame è

$$304,0 \, . \, 10^8 \, \frac{\text{cm}}{\text{sec}} \, .$$

5938 — Tip. Carlo Guadagnini, via Gaudenzio Ferrari, 3 — Torino.